<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ</u>
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
22 ΜΑΪΟΥ 2008
<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία: (Η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x)=c$). Σελ. 28 σχολ. βιβλίο.

Β. Θεωρία: Σελ. 96 σχολ. βιβλίο.

Γ.

α - Λ
β - Λ
γ - Σ
δ - Σ
ε - Σ.

ΘΕΜΑ 2ο

α. Είναι $\dfrac{e^x f(x)}{x^2-1}=\dfrac{e^x}{x^2-1}\cdot\dfrac{x-1}{e^x}=\dfrac{1}{x+1}$

Έτσι $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^x f(x)}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{2}$.

β. Είναι $f'(x)=\left(\dfrac{x-1}{e^x}\right)'=\dfrac{(x-1)'e^x-(x-1)(e^x)'}{e^{2x}}=$

$=\dfrac{e^x-e^x(x-1)}{e^{2x}}=\dfrac{e^x(1-x+1)}{e^{2x}}=\dfrac{2-x}{e^x}$

Έτσι: $e^x f'(x)=e^x\cdot\dfrac{2-x}{e^x}=2-x$.

γ. Επειδή $e^x>0$, για κάθε $x\in R$, προκύπτουν:

i) $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$

ii) $f'(x)>0 \Leftrightarrow 2-x>0 \Leftrightarrow x<2$

iii) $f(x)<0 \Leftrightarrow 2=x<0 \Leftrightarrow x>2$

Δηλαδή έχουμε τον επόμενο πίνακα μεταβολών:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$
f	$\nearrow$	$\frac{1}{e^2}$	$\searrow$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[2, +\infty)$, ενώ $f'(2) = 0$.

Άρα η f έχει μέγιστο για $x = 2$, $f(2) = \dfrac{1}{e^2}$.

ΘΕΜΑ 3ο

α. $$\overline{x_A} = \frac{20+26+24+22+18}{5} = \frac{110}{5} = 22$$

$$\overline{x_B} = \frac{26+32+19+20+23}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

β. Κατά μέσο όρο μια μπαταρία τύπου Α στοιχίζει $\dfrac{38\varepsilon\upsilon\rho\acute{\omega}}{22\acute{\omega}\rho\varepsilon\varsigma} = \dfrac{19}{11}\varepsilon\upsilon\rho\acute{\omega}/\acute{\omega}\rho\alpha$, ενώ

μια μπαταρία τύπου Β στοιχίζει $\dfrac{40\varepsilon\upsilon\rho\acute{\omega}}{24\acute{\omega}\rho\varepsilon\varsigma} = \dfrac{5}{3}\varepsilon\upsilon\rho\acute{\omega}/\acute{\omega}\rho\alpha$

Επειδή $\dfrac{5}{3} < \dfrac{19}{11}$ συμφέρει να αγορασθεί μπαταρία τύπου Β.

γ. $$S_A^2 = \frac{1}{5}\left[(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{5}\left[(-2)^2 + (4)^2 + 2^2 + 0^2 + (-4)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{5}(4+16+4+16) = \frac{40}{5} = 8$$

οπότε

$S_A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$S_B^2 = \frac{1}{5}\left[(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{5}\left[(2)^2 + 8^2 + (-5)^2 + (-4)^2 + 1^2\right] =$$

$$= \frac{1}{5}(4+64+25+16+1) = \frac{110}{5} = 22$$

οπότε

$S_B = \sqrt{22} = \sqrt{2}\sqrt{11}$

δ. $CV_A = \dfrac{S_\Delta}{\bar{x}_A} = \dfrac{2\sqrt{2}}{22} = \dfrac{\sqrt{2}}{11}$.

$CV_B = \dfrac{S_B}{\bar{x}_B} = \dfrac{\sqrt{2}\sqrt{11}}{24}$.

Είναι $CV_B > CV_A$ διότι $\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{11}}{24} > \dfrac{\sqrt{2}}{11} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{11}}{24} > \dfrac{1}{11} \Leftrightarrow 11\sqrt{11} > 24$, που ισχύει επειδή $\sqrt{11} \cong 3{,}3$ και $11.3{,}3 > 24 \Leftrightarrow 36{,}3 > 24$.

Άρα το δείγμα Α παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς την διάρκεια ζωής σε σχέση με το δείγμα Β.

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω Α το ενδεχόμενο οι κάτοικοι της πόλης να διαβάζουν την εφημερίδα α και Β το ενδεχόμενο να διαβάζουν την εφημερίδα β.
Τότε από τα δεδομένα προκύπτει ότι : $P(A) = 0{,}5$, $P(A - B) = 0{,}3$.

α. Ζητείται η $P(A' \cup B)$.

Όμως $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) =$
$= 1 - P(A) + P(B) - [P(B) - P(A \cap B)] = 1 - P(A) + P(A \cap B)] =$
$= 1 - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - P(A - B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7 = \dfrac{7}{10}$.

β. Επειδή $B \subseteq A' \cup B \Rightarrow P(B) \le P(A' \cup B) \Rightarrow P(B) \le \dfrac{7}{10}$.

Επίσης από $P(A - B) = 0{,}3$ έχουμε:

$P(A) - P(A \cap B) = 0{,}3 \Leftrightarrow 0{,}5 - P(A \cap B) = 0{,}3 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0{,}2 = \dfrac{1}{5}$.

'Ομως $A \cap B \subseteq B \Rightarrow P(A \cap B) \le P(B) \Rightarrow \dfrac{1}{5} \le P(B)$.

γ. Είναι $f'(x) = 3x^2 - x + P(B)$.

Η f' είναι ένα τριώνυμο με διακρίνουσα $\Delta = 1 - 12 \cdot P(B)$.

Επειδή $P(B) > \dfrac{1}{5}$ έπεται $-12P(B) < -\dfrac{12}{5}$ και $1 - 12P(B) < 1 - \dfrac{12}{5} = -\dfrac{7}{5} < 0$.

Αφού Δ< 0, είναι $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in R$, άρα η f δεν έχει ακρότατα.